

外露式圆钢管柱刚接柱脚设计探讨

孟宪德

(艾奕康咨询有限公司，上海 200021)

摘要：本文对外露式圆钢管柱刚接柱脚在压弯和拉弯工况下底板的受力状态进行了研究，根据内力平衡和变形协调等条件给出混凝土压应力、受压区长度、锚栓拉力的方程，详细给出方程的求解过程，推导出可供设计人员使用的实用计算公式，给出一个具体算例来验证公式的有效性。

关键词：圆钢管；刚接；柱脚；锚栓。

Research on Method for Bare and Rigid CHS Column Foot Design

Meng Xiande

(AECOM, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on plane cross-section assumption and linear elastic theory, it deduces the equations containing the compressive stress in base concrete, the compress zone and the tensile force in anchor bolts according to equilibrium equations and deformation compatibility condition. The process to get the solution is discussed in detail, and the practical solution is given. Finally, an engineering example is provided to demonstrate the validity of the solution.

Keywords: steel tube; rigid connection; column foot; anchor bolt.

E-mail: Xiande.meng@aecom.com

引言

圆钢管柱由于优异的力学特性和光洁的建筑外观等原因，在工程中大量的应用。圆底板的外露式圆钢管柱刚接柱脚，如图 1 所示，由于传力路径清晰、易于加工制作等原因，是我们工程实际中常见柱脚节点。

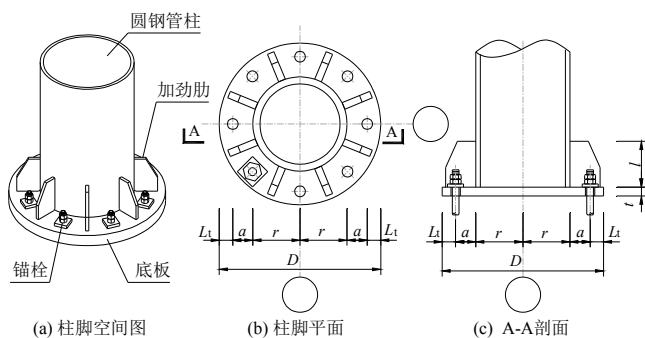


图 1 柱脚节点

Fig.1 Bare and rigid CHS column foot

目前的节点设计手册等资料^{[1], [2]}没有给出此种柱脚的设计方法，并且相关的研究也较少。靳慧^[3]对刚接圆钢管柱柱脚进行了研究，给出相应的设计公式，但其关于底板混凝土压应力的计算仍采用矩形板的计算方法，这是不可接受的。左权胜^[4]在

靳慧的基础上给出压弯工况下圆底板混凝土压应力、锚栓拉力的计算公式，但公式过于复杂，公式中含待求解的积分，需借助专业的数学软件才能给出计算结果；且公式的适用前提为单根锚栓受拉，而这与工程实际不符，给出的锚栓直径将偏大较多；对拉弯工况没有展开讨论。

本文在现有的刚接柱脚研究基础上，根据内力平衡和变形协调假定，推导出较实用的压弯工况下圆底板混凝土压应力分布、锚栓拉力的计算公式。对拉弯工况下柱脚底板的受力状态进行了讨论。最后给出一个具体算例，验证本文公式的实用性。

假定与符号

柱脚底板的混凝土压应力与锚栓拉力的计算方法采用钢筋混凝土梁弹性比拟法^[5]，即锚栓的应变与混凝土的应变可采用平截面假定来协调。假定混凝土不承受拉应力，即底板受拉区的混凝土拉应力为 0；锚栓不承受压力，即底板受压区的锚栓压力为 0。假定在弯矩作用下，受拉侧的锚栓数量最多考虑 3 根。

在压弯和拉弯工况下，柱脚底板的典型受力状态如图 2 所示，图中各符号：柱脚底板半径 R ，直径 D ，锚栓中心与底板外边的距离 L_t ，锚栓均布夹

收稿日期 2010 年 10 月

第一作者：孟宪德 男 1976 年 3 月出生

角 γ , 柱底轴力 N (压力为正), 弯矩 M , 偏心距 e ($=M/N$) 混凝土最大压应力 σ_c (为正值), 混凝土受压区长度 X_n , 锚栓拉力 T_i 。

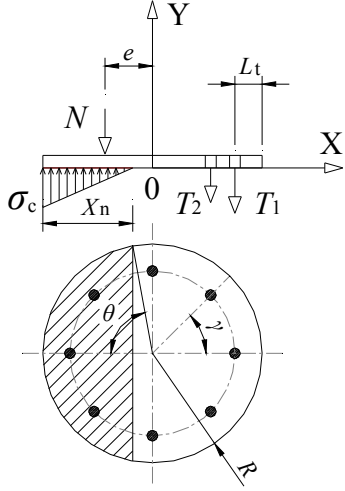


图2 底板受力状态模型

Fig.2 Simplified model of column soleplate

公式推导

大部分刚接柱脚以压弯作用为主 (本文不讨论剪力问题)。在压弯作用下, 部分区域混凝土受压, 部分锚栓可能受拉。现根据图 2 所示的受力状态, 建立方程如下:

对 O 点取矩, 根据 $\sum M = 0$ 得:

$$\begin{aligned} & -T_1(R - L_t) + 2T_2(R - L_t)\cos\gamma + Ne \\ & = 2 \int_0^\theta \sigma_c R^3 \frac{\cos\alpha - \cos\theta}{1 - \cos\theta} \sin^2\alpha \cos\alpha d\alpha \\ & = 2 \frac{\sigma_c R^3}{1 - \cos\theta} \left[\frac{\theta - \sin\theta\cos\theta}{8} - \frac{\sin^3\theta\cos\theta}{12} \right] \\ & = 2 \frac{\sigma_c R^3}{1 - \frac{R - X_n}{R}} \left[\frac{\arccos\left(\frac{R - X_n}{R}\right) - \frac{\sqrt{R^2 - (R - X_n)^2}(R - X_n)}{R^2}}{8} \right. \\ & \quad \left. - \frac{(R - X_n)\sqrt{R^2 - (R - X_n)^2}(R^2 - (R - X_n)^2)}{12R^4} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

根据竖向合力平衡 $\sum Y = 0$ 得:

$$\begin{aligned} T_1 + 2T_2 + N & = 2 \int_0^\theta \sigma_c \frac{\cos\alpha - \cos\theta}{1 - \cos\theta} R^2 \sin^2\alpha d\alpha \\ & = 2 \frac{\sigma_c R^2}{1 - \cos\theta} \left[\frac{\sin^3\theta}{3} - \cos\theta \frac{\theta - \sin\theta\cos\theta}{2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = 2 \frac{\sigma_c R^2}{1 - \frac{R - X_n}{R}} \left[\frac{1}{3} \frac{\sqrt{R^2 - (R - X_n)^2}(R^2 - (R - X_n)^2)}{R^3} \right. \\ & \quad \left. - \frac{R - X_n}{R} \frac{\arccos\left(\frac{R - X_n}{R}\right) - \frac{R - X_n}{R} \frac{\sqrt{R^2 - (R - X_n)^2}}{2}}{2} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

采用钢筋混凝土梁弹性比拟法^[5]给出的变形协调方程:

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{\frac{\sigma_c}{E_c}}{\frac{T_1}{A_s E_s}} = \frac{X_n}{2R - L_t - X_n} \quad (3)$$

$$T_2 = \frac{R - X_n + (R - L_t)\cos\gamma}{2R - X_n - L_t} T_1 \quad (4)$$

其中 ε_c 、 ε_s 分别为混凝土和锚栓的最大应变, E_c 、 E_s 分别为混凝土和锚栓的弹性模量, A_s 为单根锚栓的截面积。

设:

$$\eta = \frac{R - X_n}{R} \quad (5)$$

由(1)、(4)、(5)可得:

$$\begin{aligned} & -T_1(R - L_t) \left(1 + 2 \frac{\eta R + (R - L_t)\cos\gamma}{\eta R + (R - L_t)} \cos\gamma \right) + Ne \\ & = 2 \frac{\sigma_c R^3}{1 - \eta} \left[\frac{\arccos(\eta) - \eta\sqrt{1 - \eta^2}}{8} - \frac{\eta(1 - \eta^2)\sqrt{1 - \eta^2}}{12} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

由(2)、(4)、(5)可得:

$$\begin{aligned} & T_1 \left(1 + 2 \frac{\eta R + (R - L_t)\cos\gamma}{\eta R + (R - L_t)} \right) + N \\ & = 2 \frac{\sigma_c R^2}{1 - \eta} \left[\frac{(1 - \eta^2)\sqrt{1 - \eta^2}}{3} - \eta \frac{\arccos(\eta) - \eta\sqrt{1 - \eta^2}}{2} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

由(3)、(5)可得锚栓拉力 T_1 :

$$T_1 = \frac{\sigma_c (A_s E_s) R (1 + \eta) - L_t}{E_c R (1 - \eta)} \quad (8)$$

设:

$$f(\eta) = \frac{(1 - \eta^2)\sqrt{1 - \eta^2}}{3} - \eta \frac{\arccos(\eta) - \eta\sqrt{1 - \eta^2}}{2} \quad (9a)$$

$$g(\eta) = \frac{\arccos(\eta) - \eta\sqrt{1 - \eta^2}}{8} - \frac{\eta(1 - \eta^2)\sqrt{1 - \eta^2}}{12} \quad (9b)$$

$$h(\eta) = \frac{E_s R (1 + \eta) - L_t}{E_c R (1 - \eta)} \quad (9c)$$

$$j(\eta) = 2 \frac{\eta R + (R - L_t)\cos\gamma}{\eta R + (R - L_t)} \quad (9d)$$

由(6)、(7)、(9)可得:

$$\frac{-T_1(R - L_t)(1 + j(\eta)\cos\gamma) + Ne}{T_1(1 + j(\eta)) + N} = R \frac{g(\eta)}{f(\eta)} \quad (10)$$

对式 (10) 变换得到锚栓拉力 T_1 :

$$T_1 = \frac{e \cdot f(\eta) - R \cdot g(\eta)}{(R - L_t)(1 + j(\eta)\cos\gamma) \cdot f(\eta) + R(1 + j(\eta)) \cdot g(\eta)} N \quad (11)$$

由(7)、(8)、(9)可得:

$$\frac{T_1(1 + j(\eta)) + N}{T_1} = \frac{2 \frac{R^2}{1 - \eta} f(\eta)}{A_s \cdot h(\eta)} \quad (12)$$

对式 (12) 变换得到锚栓拉力 T_1 :

$$T_1 = \frac{A_s \cdot h(\eta)}{2 \frac{R^2}{1 - \eta} \cdot f(\eta) - (1 + j(\eta)) A_s \cdot h(\eta)} N \quad (13)$$

由 (11)、(13) 得:

$$\begin{aligned} & A_s [(1 + j(\eta)\cos\gamma)(R - L_t) + (1 + j(\eta))e] \cdot h(\eta) \\ &= 2 \frac{R^2}{1 - \eta} [f(\eta)e - g(\eta)R] \end{aligned} \quad (14)$$

对式 (14) 变换, 得到仅含一个未知数 η 的方程:

$$\begin{aligned} & \frac{2R^2}{A_s} \\ &= \frac{(1 - \eta)[(1 + j(\eta)\cos\gamma)(R - L_t) + (1 + j(\eta))e] \cdot h(\eta)}{e \cdot f(\eta) - R \cdot g(\eta)} \end{aligned} \quad (15)$$

可采用数学软件, 或自编程序, 对式(15)进行求解, 可得 η 的数值解, 进而得出受压区长度 X_n 。亦可在 EXCEL 等工具中采用试算法, 求得符合精度要求的数值解。

解得受压区长度 X_n 后, 根据式 (11) 可得到锚栓的拉力 T_1 , 根据式 (3)、式 (9) 可得到底板下混凝土的最大压应力 σ_c :

$$\sigma_c = \frac{T_1}{A_s \cdot h(\eta)} \quad (16)$$

适用性讨论

1. 压弯工况

上节关于 σ_c 、 X_n 、 T_1 的计算公式适用于压弯工况且第二排锚栓存在拉力的情况。在压弯工况下, 可能出现锚栓无拉力等几种不同的受力状态, 现展开讨论:

a) $0 < X_n < R + (R - L_t)\cos\gamma$ 时, 混凝土存在受压区, 并且三根锚栓同时受拉, 利用上节所给公式。

b) $R + (R - L_t)\cos\gamma \leq X_n < R + (R - L_t)$ 时, 混凝土存在受压区, 仅有一根锚栓 (最外排) 受拉, 将式 (1) ~ 式 (3) 中 T_2 去除, 也即令式 (10) ~ 式 (16) 中 $j(\eta) = 0$, 利用上节给出的公式。

c) $R + (R - L_t) \leq X_n < 2R$ 时, 无锚栓受拉, 底部混凝土压应力呈三角形分布。将式 (1) ~ 式 (3) 中 T_1 、 T_2 去除, 根据式 (6) ~ 式 (7) 可得:

$$\frac{e}{R} = \frac{g(\eta)}{f(\eta)} \quad (17)$$

利用式 (17) 可得受压区长度 X_n , 继而可得混凝土最大压应力 σ_c :

$$\sigma_c = \frac{1 - \eta}{2R^2 \cdot h(\eta)} N \quad (18)$$

d) $X_n = 2R$ 时, 底部混凝土全部受压, 压应力成梯形分布。混凝土最大压应力为 σ_c :

$$\sigma_c = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} = \frac{N}{\pi R^2} + \frac{4Ne}{\pi R^3} \quad (19)$$

2. 拉弯工况

在部分结构中会出现柱脚为拉弯的工况, 在拉弯工况下该如何计算, 上述公式是否仍然有效, 现给出讨论。在拉弯工况下, 平衡方程和变形协调方程仍然不变, 因此式 (1) ~ 式 (3) 仍成立, 即式

(4) ~ (16) 仍适用于拉弯工况。但轴力 N 为负值, 弯矩 M 为正值, 相应的 e 亦为负值。

a) $0 < X_n < R + (R - L_t)\cos\gamma$ 时, 底部混凝土存在受压区, 三根锚栓同时受拉, 利用上节所给公式。

b) $X_n = 0$ 时, 底部锚栓全部受拉, 混凝土压应力为零。锚栓最大拉力 T_1 :

$$T_1 = -\frac{N}{n} + \frac{Ne(R - L_t)}{2(R - L_t)^2 + 4((R - L_t)\cos\gamma)^2} \quad (20)$$

3. 纯弯工况

除以上压弯和拉弯工况外, 理论上有可能出现柱脚纯弯的工况, 或者轴力极小。这种工况, 可假定一个较小的轴压力或者轴拉力, 采用以上公式进行近似计算。或将式 (1) 中的 Ne 改为 M , 式 (2) 中的 N 改为 0, 受压长度 X_n 和锚栓最大拉力 T_1 为:

$$\frac{2R^2}{A_s} = \frac{(1 - \eta)h(\eta)(1 + j(\eta))}{f(\eta)} \quad (21)$$

$$T_1 = \frac{f(\eta)M}{(R - L_t)(1 + j(\eta)\cos\gamma) \cdot f(\eta) + R(1 + j(\eta)) \cdot g(\eta)} \quad (22)$$

混凝土的最大应力仍然采用式 (16) 计算。

算例

某工程的圆钢管柱刚接柱脚, 如图 1 所示, 参数: 柱截面 $\phi 600 \times 20$, 柱脚底板 $a=100\text{mm}$, $L_t=100\text{mm}$, 地板下混凝土强度等级 C40, 锚栓尺寸 M40, 锚栓材质 Q235, 均匀布置 8 颗, 轴压力 $N=235\text{kN}$, 弯矩 $M=300\text{kN}\cdot\text{m}$ 。

据式 (15) 可得受压区长度 $X_n=0.628R < R + (R - L_t)\cos\gamma$, 满足公式适用条件。

据式 (16) 可得底板下混凝土最大压应力

$\sigma_c=5.1\text{N/mm}^2 < f_c=19.1\text{N/mm}^2$, 没有考虑混凝土局部受压强度提高系数。

据式 (11) 可得锚栓最大拉力 $T_1=282\text{kN} < T_u=284\text{kN}$, 满足承载力要求。

其他方面, 如底板厚度、加劲肋宽度和高度、焊缝等内容不在本文的研究范围, 本文不给出验算。

结论

本文在现有的刚接柱脚研究基础上, 对外露式圆钢管柱刚接柱脚在压弯和拉弯工况下底板的受力状态进行了研究。

根据内力平衡和变形协调理论等条件给出混凝土压应力、受压区长度、锚栓拉力的方程, 详细给出方程的求解过程和结果。根据压弯和拉弯等不同工况, 根据受压区长度的不同, 讨论并扩大了方程解(公式)的适用范围, 给出可供设计人员使用的实用计算公式。最后通过一个工程算例验证了公式的有效性。

本文讨论的底板锚栓布置为较典型的一种, 尚存在其他的布置方式, 其他的布置方式可参考本文的方程给出求解。

参考文献:

- [1] 李星荣等. 钢结构连接节点设计手册. 中国建筑工业出版社, 2005.
- [2] 《钢结构设计手册》编辑委员会. 钢结构设计手册(上册). 中国建筑工业出版社, 2004.
- [3] 靳慧, 张其林, 许志民. 弯、剪、扭共同作用下刚接圆钢管柱柱脚计算. 工业建筑, 2005, 35(12).
- [4] 左权胜, 周鹏洋, 梁意. 外露式钢结构刚性固定柱脚设计探讨. 钢结构, 2007 22(12).
- [5] 童根树, 吴光美. 钢柱脚锚栓设计内力计算方法综述. 建筑结构, 2004 36(6).